カリキュラム：

●１年生

教科書で集合とは「列挙する」または「性質をのべる」と定義されています．定義が理解できていたら次の問題を解けるのですが，どう考えますか？

問題：Rを実数全体集合とし，a, bを実数の定数とする．そこで集合A, Bを次のように定義する．

$$\mathrm{A} = \{x^2 - 2(a+1)x + b \mid x \in R\},\quad \mathrm{B} = \{-x^2 - 2(a-1)x - b \mid x \in R\}$$

このとき，$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} = \varnothing$とならないような$a, b$の関係式をつくれ．

これを見たとき多くの学生は次のように考えます．

「$x^2 + 2(a+1)x + b = -x^2 - 2(a-1)x - b$の$x$が存在するように決めたらいいかな…」

もちろんこの解釈は正しくないです．$y = x^2$に対して「棒」と「放物線」を想像できていますか？後者はともかく前者の理解ができていないなら少なくとも君の集合および関数に対する理解に課題がある可能性があります．正解は,

$$b - (a+1)^2 \leqq -b + (a-1)^2 \leftrightarrow b \leqq a^2 + 1$$

です．これをなんとなくでわかると済ませていると本当にわかる人と大きな差ができます．

集合とは普段から解答などを作るときに使ってできるようになるものです．使うためには記号の表す内容はちゃんとわからないとできません．言語のようなものですから．

これは一例で，このような様々ことの完成を踏まえて，次の表のように計画しています．

月	分野
4	２次関数（移動、決定、最大最小）
5	２次関数（最大最小、方程式・不等式、応用）
6	２次関数（絶対値、総合）、図形と計量（定義、相互関係）
7	図形と計量（関数への応用、正弦・余弦定理、総合）
8	場合の数（数え上げ、順列、組み合わせ）
9	場合の数（総合）確率（定義、和・積の法則）
10	確率（独立試行、反復試行、条件付き、総合）
11	整数（約数と倍数、不定方程式、記数法）
12	整数（総合）、図形の性質（三角形、円）
1	図形の性質（空間図形）、データの分析（整理・分析、相関）
2	図形と式（直線、円、軌跡、領域）
3	三角関数（弧度法・グラフ、方程式・不等式・関数、加法定理と応用）

・２年生の3学期は３年生0学期と考え、ここから数Ⅲに入れるよう作成しています

・学校内容などに合わせて変更もあります

●２年生
唐突ですが問題です.

問題：次の2数の大小を比べよ.

$$\frac{1}{20},\ \sin 3^\circ$$

さて，どう考えますか？そもそも正弦の定義をどのように解釈していますか？

正弦：半径が1の円の弦の半分の長さ

これが狭義の正弦の解釈です.
単位円などイメージしてください．ここでは敢えて絵は描きません．始線と動径とのなす角θがごく小さいとき,

$$\sin k\theta < k \sin\theta$$

となります．ここでは大小比較なので，厳密な証明というより定義の解釈による評価ができるかを課題としています．$k = 10, \theta = 3^\circ$としてみてください．他の解釈によっても示せるかもしれないです．２年生とは，このように定義の理解によって解けるか否かが分かれる場面が出て来やすくなる学年で，入試に向けてより一層力をつけることを考えて次の表のように計画しています.
（ちな$\sin 3^\circ < \dfrac{1}{18}$なのですが，こちらは格段に難しいです．）

月	分野
4	指数（式の計算、グラフ・方程式・不等式、応用）、対数（定義と計算）
5	対数（グラフ・方程式・不等式、常用対数、応用）
6	数列（等差、等比、和）
7	数列（群数列、漸化式、数学的帰納法）
8	平面ベクトル（定義、成分、内積、位置ベクトル）
9	平面ベクトル（図形への応用、ベクトル方程式、斜交座標、総合）
10	空間ベクトル（空間座標、成分と内積、応用）
11	多項式の微分（関数の極限、微分係数と導関数、接線、3次関数のグラフ）
12	多項式の積分（定義、面積、総合）
1	平面上の曲線（2次曲線）
2	平面上の曲線（媒介変数、極）、複素数平面（定義）
3	複素数平面（図形への応用、総合）

・ペアノ的には1月からは高3の0学期と考え、ここから数Ⅲに入ります
・学校内容にあわせて変更もあります

●受験生
 次の問題は実際に入試で出た問題です．まずは解いてみてください．答えはすぐ下に書きますが，考えずに見るとあなたの実力が上がることはほぼ望めません．

問題：次の数列$\{a_n\}$について，3桁の整数である項の和を求めよ．

$$a_n = 9n^2 - 9n + 3$$

 まずは3桁となるnの値の範囲を求めましょう．

$$\begin{aligned}
&100 \leqq 9n^2 - 9n + 3 < 1000 \\
\leftrightarrow\ & 90 + 7 \leqq 9(n-1)n < 990 + 7 \\
\leftrightarrow\ & 10 + \frac{7}{9} \leqq (n-1)n < 110 + \frac{7}{9} \\
\therefore\ & 11 \leqq (n-1)n \leqq 110
\end{aligned}$$

上の不等式でnの値をうまくきめて，

$$4 \leqq n \leqq 11$$

がわかります．上の不等式の処理も重要ですが，本当の勝負はここから決まります．
解1．

$$\begin{aligned}
\sum_{k=1}^{n} a_k &= \sum_{k=1}^{n} (9k^2 - 9k + 3) \\
&= 9\sum_{k=1}^{n} k^2 - 9\sum_{k=1}^{n} k + \sum_{k=1}^{n} 3 \\
&= 9 \times \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) - 9 \times \frac{1}{2}n(n+1) + 3n \\
&= \frac{3}{2}n\{(n+1)(2n+1) - 3(n+1) + 2\} \\
&= \frac{3}{2}n \times 2n^2 = 3n^2
\end{aligned}$$

よって求める値は，

$$\begin{aligned}
\sum_{k=4}^{11} a_k &= \sum_{k=1}^{11} a_k - \sum_{k=1}^{3} a_k \\
&= 3 \times 11^3 - 3 \times 3^3 \\
&= 3(1331 - 27) \\
&= 3 \times 1304 = 3912
\end{aligned}$$

後半はいいけど前半は少し計算量が多く感じます．そこで，

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

を知っていると次のように考えられます．

解2.

$$\begin{aligned}\sum_{k=4}^{11}(9k^2-9k+3) &= 9\sum_{k=4}^{11}(k-1)k+\sum_{k=4}^{11}3\\ &= 9\times\frac{1}{3}(10\cdot 11\cdot 12-2\cdot 3\cdot 4)+3(11-3)\\ &= 3912\end{aligned}$$

特殊な知識があれば少し鮮やかに解けます．しかし最良は教科書の範囲をしっかり理解することです．

解3.

$$\sum_{k=4}^{11}(9k^2-9k+3)=\sum_{k=4}^{11}9\left(k^3-(k-1)^3\right)=9(11^3-3^3)=3912$$

上式の1つ目の等式は$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k^2$の公式を導出するときに使う表現で，教科書にもあります．

解1の結果からその特徴に気づいてもすでに遅く，解2のような特殊な技を使うと最良からは少し遠くなるときがあります．新しいことを知ることより，知っていることをより深めることの方が大切でないかと私は考えています．

受験生は知識の深さ，量，判断を問われます．合格はできる人から順番に決まるので，君よりできる人がいたら君は選ばれません．出来ることをいくらやっても，出来ないことが出来るようにはならないものだから，可能性を拡げて選ばれる人になりましょう．

月	分野
4	極限（数列、級数、関数）
5	極限（関数の応用）、微分の計算（定義・合成・積、整式）
6	微分の計算（連続・微分可能性、平均値の定理）、微分の応用（接線とグラフ）
7	微分の応用（最大最小、方程式・不等式、総合）、積分の計算（定義）
8	積分の計算（発展）、積分の応用（面積、体積）
9	テストゼミ
10	テストゼミ
11	テストゼミ
12	テストゼミ、センター数学
1	センター数学、テストゼミ
2	テストゼミ